Activité

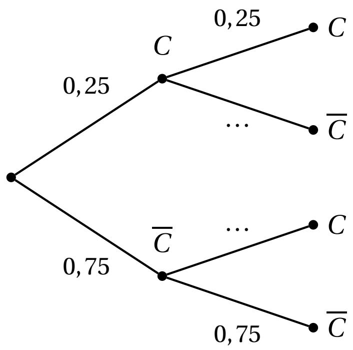
Activité 1 On considère un jeu classique de 32 cartes. On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire une carte au hasard, on la remet dans le jeu puis on tire de nouveau une carte. À chaque tirage, on regarde si la carte est un cœur, un carreau, un trèfle ou un pique.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité
2. Déterminer la probabilité d'obtenir exactement une carte de cœur.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir au moins une carte de cœur.

Activité 2 On considère un jeu classique de 32 cartes. On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire une carte au hasard, on la remet dans le jeu puis on tire de nouveau une carte. À chaque tirage, on regarde maintenant si la carte est un cœur ou non.
On note C l'événement « La carte choisie est un cœur ».

Partie A

1. Exprimer par une phrase l'événement $\overline{C}$
2. Y a-t-il équiprobabilité dans cette situation ?
3. Justifier les valeurs notées dans l'arbre ci-contre et compléter le.
4. À l'aide de cet arbre, déterminer la probabilité de l'événement A : « obtenir exactement une carte de cœur ».
5. déterminer la probabilité de l'événement B : « obtenir au moins une carte de cœur »
6. déterminer la probabilité d'avoir une carte qui ne soit pas du cœur sachant que la première carte était du cœur.



Partie B

Définition 1 Variable aléatoire

Soit Ω l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.
Une variable aléatoire X sur Ω est une fonction qui, à chaque issue de Ω, associe un nombre réel.
L'ensemble des réels obtenus est l'ensemble des valeurs prises par X

On notera $\{ X = x_i \}$ l'événement formé de toutes les issues associées au réel x_i

On considère l'expérience réalisée au 2).
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de cartes de cœur obtenues

1. Définir par une phrase l'événement $\{X = 1\}$ et en donner sa probabilité.
2. Calculer $p(X = 2)$
   Nous allons maintenant déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Partie C

Définition 2 Loi de probabilité

On considère une expérience aléatoire sur laquelle on a défini une variable aléatoire X.
La loi de probabilité de X est la fonction qui à chaque valeur de la variable aléatoire associe $p(X = x_i)$, la probabilité de l'événement $\{X = x_i\}$
En première, on représente généralement la loi de probabilité par un tableau

Valeurs prises par la variable aléatoire X : x_i	x_1	x_2	...	x_n	Total
Probabilité : $p(X = x_i)$	$p(X = x_1)$	$p(X = x_2)$	...	$p(X = x_n)$	1

La somme des probabilités est égale à 1.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X en complétant le tableau ci-dessous

x_i				Total
$p(X = x_i)$				

2. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une carte de cœur
3. Écrire l'événement précédent à l'aide de la variable aléatoire X
4. A partir du tableau précédent, on veut calculer la moyenne. Pour cela on ajoute les valeurs obtenus en multipliant chaque valeur de X par sa probabilité.
   Cette valeur est appelée espérance de la variable aléatoire X, on la note $E(X)$
   Calculer $E(X)$

Activité 3 On organise un jeu avec un jeu de 32 cartes.
On tire successivement et avec remise deux cartes. On note à chaque tirage si on a eu un cœur, un carreau ou une carte de couleur noire.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre.
2. Quelle est la probabilité d'avoir deux cœurs? On décide que
   - ➔ On gagne 5 € si l'on tire une carte de cœur
   - ➔ On gagne 2 € si l'on tire une carte de carreau
   - ➔ On perd 5 € sinon.

   On note X la variable aléatoire qui à une partie, associe le gain (qui peut être négatif) du joueur.
3. Calculer $p(X = 10)$, $p(X = -3)$.
4. Déterminer les valeurs prises par X.
5. Déterminer la loi de probabilité de X.
6. Que signifie l'événement $\{X \geq 2\}$? Calculer sa probabilité.
7. Calculer $p(X \leq 0)$ et $p(-3 \leq X \leq 5)$
8. Déterminer l'espérance de X