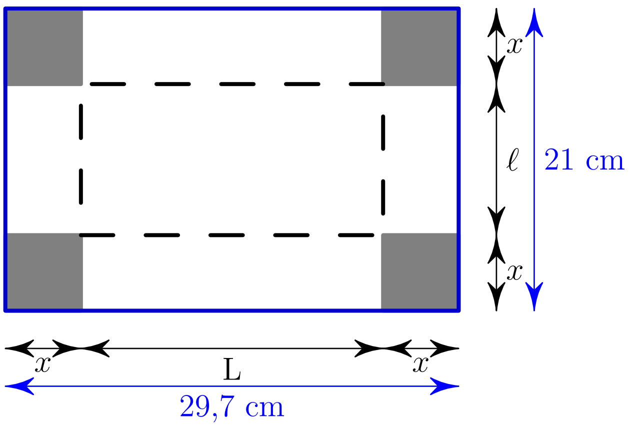
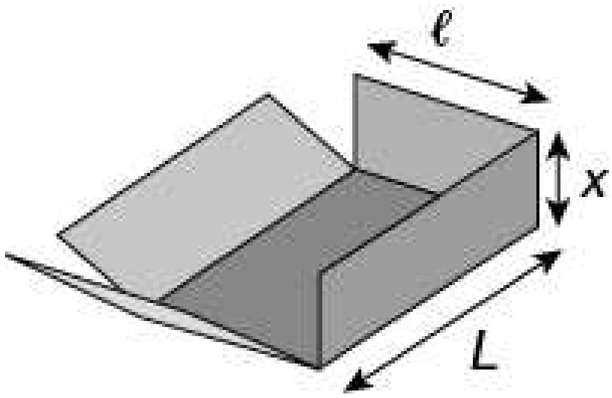
TP1 Tableur : Optimisation du volume d'une boîte

Sophie veut fabriquer une boîte pouvant contenir le cadeau d'anniversaire de son frère.

Elle prend une feuille de papier cartonnée au format 21 cm × 29,7 cm. Elle découpe dans chaque coin des carrés de côté x centimètre(s) de manière à fabriquer une boîte de forme rectangulaire.

Elle souhaite déterminer le volume maximal possible de sa boite ?





Partie A : Utilisation d'un tableur

Dans cette partie, x est une valeur entière.

1. dans cette question on suppose que $x = 2$. Déterminer avec la valeur de L et l puis la valeur du volume de la boite.
2. justifier que x ne peut varier qu'entre 0 et 10.
3. Pour éviter des calculs compliqués, Sophie veut utiliser son tableur. Elle réalise donc la feuille de calculs.

	A	B	C	D
1	x	Longueur de la boite	Largeur de la boite	Volume de la boîte
2	0	29.7	21	0
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	7			
10	8			
11	9			
12	10			

   Aidez Sophie à compléter le tableur en donnant les formules destinées à être étirées vers le bas qu'elle doit saisir dans les cellules B2, C2 et D2.

4. Quel semble être le volume maximal (en cm^3) que Sophie puisse obtenir avec cette boîte? Quels sont alors les dimensions de la boite?

Partie B : utilisation d'un algorithme

Sophie décide d'utiliser un algorithme pour déterminer la valeur de x pour lequel le volume est maximal. Elle souhaite aussi pouvoir régler le pas

1. Compléter la fonction largeur l(x)
2. Compléter la fonction Volume V(x)
3. Compléter le tableau suivant après avoir déterminer la valeur du pas qu'il faut entrer.

étape	x	V(x)	xM	M
0	0	0	0	0
1	1	526,3		
2				
3				
4				
5				

Algorithme 1 : Python

```
#Calcul de la longueur
def L(x):
    return 29.7-2*x

#Calcul de la largeur
def l(x):
    return ...

#Calcul du volume
def V(x):
    return ...

x=0
xM=0
M=0
pas=float(input("pas pour x : "))

while(x<=10.5):
    x=x+pas
    if V(x)>M:
        xM=x
        M=V(x)

print(xM,M)
```

Partie C : Résolution algébrique

Sophie désire connaître la valeur exacte pour laquelle le volume est maximal. On note $V(x)$ le volume de la boite obtenue pour une cote x du carré. On rappelle que x appartient à l'intervalle $[0\,;\,10,5]$

1. Démontrer que pour tout $x \in [0\,;\,10.5]$ $V(x) = 4x^3 - 101,4x^2 + 623,7x$
2. Calculer $V'(x)$, ou V' désigne la fonction dérivée de la fonction V
3. On admet que $x = 4,04$ et $x = 12,86$ sont les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $f'(x) = 0$.
   En déduire le signe de $V'(x)$ sur l'intervalle $[0;10,5]$ puis le tableau de variations complet de la fonction V sur l'intervalle $[0;\,10,5]$.
4. Donner alors le volume maximal trouvé par Sophie ainsi que la valeur de x correspondante.