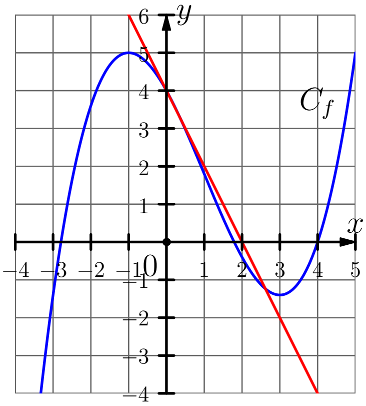
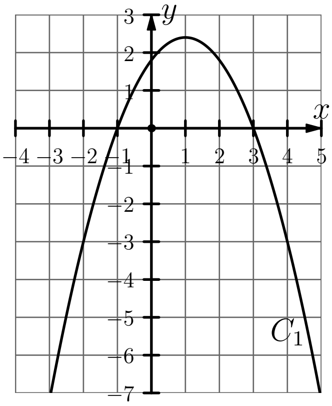
Fonction dérivée

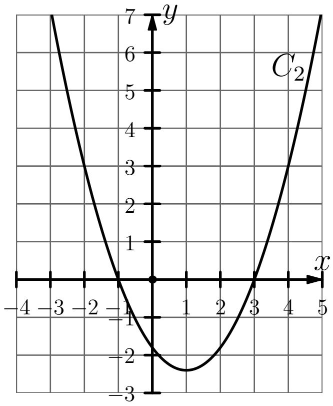
Exercice 1 Calculer la dérivée des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$

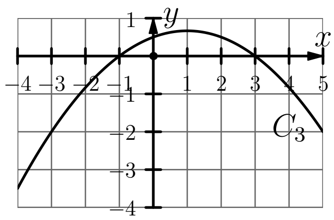
1. $f(x) = 5x - 3$
2. $f(q) = 7 - 2q$
3. $f(x) = 11x^2 - 5x + 2$
4. $f(t) = 2t^3 - 7t^2 + 5t - 6$
5. $f(x) = 7x^3 - 12x^2 + 15x - 3$

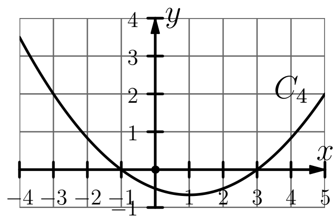


Exercice 2 On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est donnée ci-dessous.
T est la tangente à C_f au point d'abscisse 0.
L'une des courbes C_1, C_2, C_3 ou C_4 représentées ci-après, est celle de la dérivée f'.
Laquelle ? Justifier.









Exercice 3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,5x^2 + 2$. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{T}$ à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2
2. En déduire l'équation de $\mathscr{T}$.

Exercice 4 Une créatrice de bijoux fabrique des colliers. Elle peut en fabriquer jusqu'à 50 par mois. Le coût de production, exprimé en euros, est donné par $C(x) = 0,01x^3 - 0,165x^2 + 38,72x + 172$ pour x colliers fabriqués.

Partie A : Étude du coût

1. Déterminer le montant des coûts fixes pour la créatrice.
2. Combien coûte la fabrication de 30 colliers ?
3. Donner l'ensemble de définition de la fonction C

Partie B : Étude de la recette

Chaque collier est vendu au prix de 80 euros.

1. Quelle est la recette obtenue pour la vente de 30 colliers ?
2. Donner l'expression de la recette $R(x)$ pour x colliers vendus.

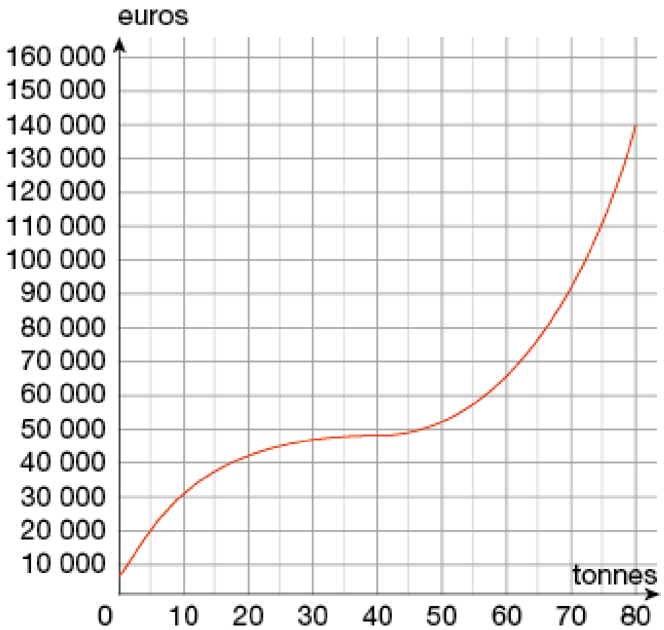
Partie C : Étude du bénéfice

1. Quel est le bénéfice obtenu pour la fabrication et la vente de 30 colliers ?
2. Donner l'expression du bénéfice $B(x)$ pour x colliers fabriqués et vendus.
3. Montrer que $B'(x) = -0,03(x - 43)(x + 32)$.
4. En déduire les variations de B sur $[0 ; 50]$.
5. Combien de colliers la créatrice doit-elle fabriquer et vendre afin que son bénéfice soit maximal ?

Exercice 5 Une entreprise fabrique des robots ménagers. On note x le nombre de robots fabriqués par jour.
On sait que cette entreprise peut fabriquer jusqu'à 60 appareils par jour.
Le coût de fabrication, en euros, de x appareils, est modélisé par la fonction C définie par : $C(x) = x^2 + 160x + 800$.

1. Déterminer les coûts fixes de cette entreprise.
2. On sait que chaque appareil est vendu 250 €.
   Déterminer l'expression de la fonction $R(x)$ qui représente la recette de cette entreprise pour x robots vendus.
3. En déduire que le bénéfice réalisé par la vente de x appareils est donnée par la fonction B définie par : $B(x) = -x^2 + 90x - 800$.
4. Calculer la dérivée B' de la fonction B.
5. Déterminer les variations de B sur $[0;60]$.
6. En déduire le nombre de robots à fabriquer et vendre par jour pour obtenir le bénéfice maximal et indiquer le montant de ce bénéfice maximal.

Exercice 6 Une entreprise fabrique des croquettes pour chien
Chaque jour, elle fabrique entre 0 et 80 tonnes.
Le coût de fabrication, en euros, de x tonnes est modélisé par la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre :



A. Lecture graphique

À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1. Combien coûte la production de 50 tonnes de croquettes ?
2. Quelle quantité de croquettes peut-on produire pour un coût de fabrication de 100 000 € ?

B. Étude de la recette

Une tonne de croquette est vendue 1 900 €. La recette, pour x tonnes vendues, est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $[0;80]$ par $R(x) = 1\,900x$.

1. Tracer la représentation graphique de la fonction R sur le graphique précédent
2. L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice en vendant 10 tonnes de croquettes ? Justifier la réponse.

C. Étude du bénéfice

On admet que le bénéfice réalisé par la vente de x tonnes de croquettes est donné par la fonction B définie sur l'intervalle $[0;80]$ par $B(x) = -x^3 + 105x^2 - 1800x - 4000$.

1. Calculer $B'(x)$ où B' est la dérivée de la fonction B sur l'intervalle $[0;80]$.
2. Calculer $B'(10)$.
3. En déduire une factorisation de $B'(x)$.
4. Déterminer le tableau de variation de la fonction B. Justifier votre réponse
5. Quelle doit être la quantité de croquettes que l'entreprise doit vendre pour réaliser un bénéfice maximal ? Que vaut ce bénéfice ?