

Nombres dérivés, fonctions dérivées de deux fonctions usuelles

Définition 1

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Si la courbe représentative de la fonction f admet au point A de coordonnée $A(a, f(a))$ une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées.

On appelle **nombre dérivé** de la fonction f en a le **coefficient directeur de la tangente** \mathcal{T} à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse A .

I La fonction carrée : $x \mapsto x^2$

1. Ouvrir GeoGebra

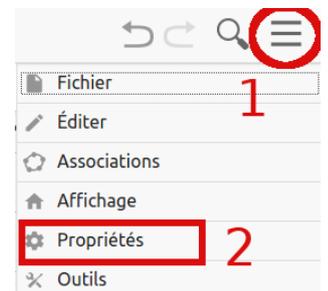
2. Tracer la fonction carrée

(a) Dans la ligne de Saisie écrire : $f(x)=x^2$

(b) Modifier la fenêtre d'affichage : cliquer sur les 3 traits horizontaux en haut

à droite et sur Propriétés, puis sur l'icône  (à droite dans le menu)

régler la fenêtre comme suit : $x_{min} = -4, x_{max} = 4, y_{min} = -8.5, y_{max} = 11$

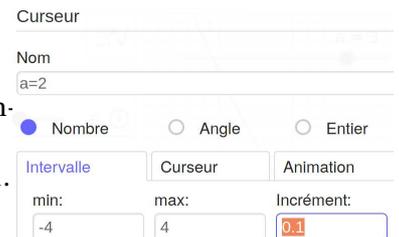


3. Création du point A sur la courbe \mathcal{C} d'abscisse -3

(a) on crée en premier un curseur a en cliquant sur l'icône  puis on com-

plète comme sur l'écran ci-contre : $a=3; \min = -4; \max = 4; \text{incrément} = 0,1$.

(b) Créer le point A en entrant dans la barre de saisie $A=(a, f(a))$



4. Création de la tangente à \mathcal{C} au point A .

Entrer dans la ligne de saisie $T=\text{Tangente}(a, f)$

5. déterminer le coefficient directeur de la tangente T

(a) Dans la ligne de saisie entrer : $p=\text{pente}[T]$

p est la valeur du coefficient directeur de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point A .

(b) Remplir le tableau ci-dessous en modifiant la valeur du curseur a , abscisse du point A .

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
Coefficient directeur de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse a	-6	-4	-2	0	2	4	6

On constate que pour chaque point de la courbe \mathcal{C} , on peut déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe \mathcal{C} . On va donc tracer la courbe représentative de cette nouvelle fonction, constitué de l'ensemble des points M de coordonnées (a,p) , ou $a = x_A$ et $p = f'(a)$.

6. création du point M

Dans la ligne de Saisie entrer : $M=(a,p)$

7. Tracer de la courbe

(a) Activer le tracé du point M : Dans la fenêtre algèbre, clic droit sur le point M puis cocher **Afficher la trace**



(b) bouger le curseur, vous pouvez même activer la trace en cliquant sur « Lecture »  au bout du curseur



(c) Que constatez-vous? *des points M sont tous alignés*

8. Déterminer une équation de courbe ainsi obtenue. *$y = 2x$*
9. En déduire l'expression de p en fonction de l'abscisse a du point A *$p = 2a$*
10. D'après le résultat établi à la question 9 nous pouvons en déduire que si $f(x) = x^2$ alors pour tout réel a , on a

$f'(a) = \dots 2 \dots a \dots$ si $f(x) = x^2$ alors $f'(x) = 2x$

II la fonction cube : $x \mapsto x^3$

La feuille de travail construite à la partie I va être réutilisée dans cette partie

1. Désactiver le tracé du point M : clic droit sur le point M puis décocher Afficher la trace.
2. Tracer de la fonction cube

(a) Dans la ligne de Saisie écrire : $f(x) = x^3$

(b) Régler la fenêtre de travail avec les paramètres suivants (voir 2b) $x_{min} = -4, x_{max} = 4, y_{min} = -30, y_{max} = 40$

3. Compléter la dernière ligne du tableau suivant en modifiant la valeur du curseur a , abscisse du point A

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
a^2	9	4	1	0	1	4	9
Coefficient directeur de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse a	27	12	3	0	3	12	27

4. Afficher la trace du point M voir 7a

5. bouger le curseur, vous pouvez même activer la trace en cliquant sur « Lecture »  au bout du curseur



6. A quelle fonction de référence le tracé obtenu vous fait-il penser? *le tracé me fait penser à la fonction $x \mapsto x^2$*
7. Écrire cette fonction dans la deuxième ligne du tableau ci-dessus et le compléter.
8. Quel lien semble-t-il y avoir entre les 2 dernières lignes?
9. D'après le résultat établi à la question 8 nous pouvons en déduire que si $f(x) = x^3$ alors pour tout a réel, on a

$f'(a) = \dots 3 \dots a^2$ si $f(x) = x^3$ alors $f'(x) = 3x^2$