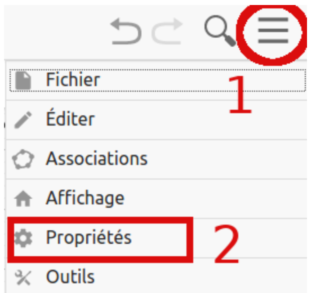
Nombres dérivés, fonctions dérivées de deux fonctions usuelles

Définition 1

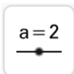
Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Si la courbe représentative de la fonction f admet au point A de coordonnée $A(a, f(a))$ une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées.
On appelle **nombre dérivé** de la fonction f en a **le coefficient directeur de la tangente** $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse A.

I La fonction carrée : $x \longmapsto x^2$

1. Ouvrir GeoGebra



2. Tracer la fonction carrée
   (a) Dans la ligne de Saisie écrire : *f(x)= x^2*
   (b) Modifier la fenêtre d'affichage : cliquer sur les 3 traits horizontaux en haut à droite et sur `Propriétés`, puis sur l'icône  (à droite dans le menu) régler la fenêtre comme suit : $x_{min} = -4$, $x_{min} = 4$, $y_{min} = -8.5$, $y_{max} = 11$

3. Création du point A sur la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse -3
   (a) on crée en premier un curseur a en Cliquant sur l'icône 

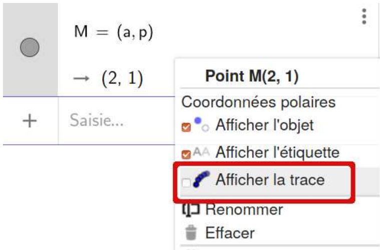
   puis on complète comme sur l'écran ci-contre : a=3; min = -4; max = 4; incrément = 0,1.
   (b) Créer le point A en entrant dans la barre de saisie `A=(a,f(a))`
4. Création de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
   Entrer dans la ligne de saisie `T=Tangente(a,f)`
5. déterminer le coefficient directeur de la tangente T
   (a) Dans la ligne de saisie entrer : `p=pente[T]`
   p est la valeur du coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.
   (b) Remplir le tableau ci-dessous en modifiant la valeur du curseur a, abscisse du point A.

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
Coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a							

On constate que pour chaque point de la courbe $\mathscr{C}$, on peut déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$. On va donc tracer la courbe représentative de cette nouvelle fonction, constitué de l'ensemble des points M de coordonnées (a,p), ou $a = x_A$ et $p = f'(a)$.

6. création du point M
   Dans la ligne de Saisie entrer : *M=(a,p)*
7. Tracer de la courbe

(a) Activer le tracé du point M : Dans la fenêtre algèbre, clic droit sur le point M puis cocher $\boxed{\text{Afficher la trace}}$



(b) bouger le curseur, vous pouvez même activer la trace en cliquant sur « Lecture »  au bout du curseur

(c) Que constatez-vous ?

8. Déterminer une équation de courbe ainsi obtenue.
9. En déduire l'expression de p en fonction de l'abscisse a du point A
10. D'après le résultat établit à la question 9, nous pouvons en déduire que si $f(x) = x^2$ alors pour tout réel a, on a

$f'(a) =$............

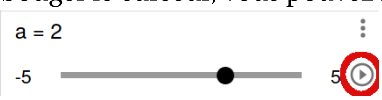
II la fonction cube : $x \longmapsto x^3$

La feuille de travail construite à la partie I va être réutilisée dans cette partie

1. Désactiver le tracé du point M : clic droit sur le point M puis décocher `Afficher la trace`.
2. <u>Tracer de la fonction cube</u>
   (a) Dans la ligne de Saisie écrire : *f(x)= x ^3*
   (b) Régler la fenêtre de travail avec les paramètres suivants (voir 2b) $x_{min} = -4$, $x_{min} = 4$, $y_{min} = -30$, $y_{max} = 40$
3. Compléter la dernière ligne du tableau suivant en modifiant la valeur du curseur a, abscisse du point A

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
Coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a							

4. `Afficher la trace` du point M voir 7a
5. bouger le curseur, vous pouvez même activer la trace en cliquant sur « Lecture »  au bout du curseur



6. A quelle fonction de référence le tracé obtenu vous fait il penser ?
7. Écrire cette fonction dans la deuxième ligne du tableau ci-dessus et le compléter.
8. Quel lien semble-t-il y avoir entre les 2 dernières lignes ?
9. D'après le résultat établit à la question 8, nous pouvons en déduire que si $f(x) = x^3$ alors pour tout a réel, on a

$f'(a) =$............