

Exercice 1 Avec une exponentielle

Soit l'équation différentielle

$$(E) : y'' + 4y' + 3y = e^{-2t}$$

où l'inconnue y est une fonction de la variable t définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} , y' est la fonction dérivée de y et y'' est sa dérivée seconde

1. Résoudre l'équation $y'' + 4y' + 3y = 0$
2. Déterminer une solution particulière de (E) de la forme Ae^{-2t} , où A est un nombre réel à déterminer
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E)
4. Déterminer la solution particulière de (E) qui vérifie $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$

Exercice 2 Une solution particulière définie par 2 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère l'équation différentielle $(E) : y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}$ où l'inconnue y est une fonction de la variable x définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} , y' est la fonction dérivée de y et y'' est sa dérivée seconde

1. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle $y'' + 4y' + 4y = 0$
2. Démontrer que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-2x}$ est une solution particulière de (E)
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E) sur \mathbb{R} .
4. Déterminer la solution particulière de (E) dont la courbe représentative passe par les points $(-1, 0)$ et $(0, \frac{1}{2})$